



The Predicament of "Advanced Mathematics" Teaching and the Necessity of Specialized Teaching

Wang Fenping

School of Mathematics and Physics, Jiangsu University of Technology, Changzhou, China

Email address:

Wfp_3922335@163.com

To cite this article:

Wang Fenping. The Predicament of "Advanced Mathematics" Teaching and the Necessity of Specialized Teaching. *Science Innovation*.

Vol. 10, No. 4, 2022, pp. 137-143. doi: 10.11648/j.si.20221004.16

Received: July 8, 2022; Accepted: August 1, 2022; Published: August 12, 2022

Abstract: In China's higher mathematics teaching, there are two outdated textbook models, extensive classification of textbooks and poor pertinence, students lack of understanding of mathematics application methods in the process of learning mathematics, and there is a misunderstanding of mathematics learning between applied professional teachers and mathematics teachers. Mathematics sub-discipline teaching faces many difficulties: the conservative teaching environment lacks the motivation to expand knowledge; the lack of communication between professional teachers and mathematics teachers. The sub-discipline reform of advanced mathematics is a systematic project. The curriculum and teaching paradigm of advanced mathematics need to be reformed, and the education authorities need to play a guiding role to carry out teacher training and in-service teacher training from the perspective of STEM.

Keywords: Higher Mathematics, Teaching Predicament, Teaching Reform by Subject

《高等数学》教学的困境和分专业教学必要性思考

王奋平

江苏理工学院数理学院，常州，中国

邮箱

Wfp_3922335@163.com

摘要: 中国本科阶段高等数学教学存在教材模式陈旧而单一，教材分类粗放而针对性差，学生学习数学过程中缺乏对数学应用方式的理解，应用型专业教师和数学教师之间存在对数学学习的误解，高等数学分学科教学面临诸多困难：保守的教学环境缺乏扩展知识的动力；专业教师和数学教师之间缺乏交流。高等数学分学科改革是一个系统工程，高等数学课程和教学范式需要改革，教育主管部门需要发挥引导作用，在STEM视野中开展师资培养和在职教师培训。

关键词: 高等数学，教学困境，分学科教学改革

1. 引言

爱因斯坦说：数学是自然科学的钥匙。恩格斯也说过：任何一门科学的真正完善在于数学工具的广泛应用。数学的工具作用显而易见，但是当下国内高校非数学专业的大

学公共数学课（以下合称高等数学，包括狭义的微积分为主的高等数学以及线性代数、空间解析几何、概率统计等）教学存在“一概而论”、“一竿子打倒一船人”的问题：大多数高校采用各相近学科通用一般性高等数学教材的模式，并不按照被依托的学科专业特点来进行数学教学。这种情

况不仅仅发生在中国高校, 根据Guershon Harel和Jana Trgalová的研究: 在不同的国家, 高等数学代表性课程微积分有很强的统一性和一致性。线性代数概率统计也一样。[1, 2]数学专业的学习内容和学习方式被部分复制到应用型专业的公共课数学教学中, 产生诸多问题, 亟需改革。

2. 大学数学教学中存在的现实困境

2.1. 教材模式陈旧而单一

对很多学生来讲, 高等数学学习困难, Kristen Lew等人为了揭开大学生很难理解教师的对大学数学的讲授, 通过录制大学数学教师授课视频、分析视频, 揭示了部分导致学生理解大学数学难的原因。[3]国内本科阶段高等数学各教材长久以来保持既有的内容和教材结构模式相互传递, 各高等数学教科书编写者横向借鉴严重, 甚至很少参考国外的高等数学编写模式, 千篇一律, 有读一版而知全国的程度, 使用量较大的教科书大多是“双一流”学校教师编写出版的, 出于某种商业目的, 很多“双非”学校借着因地制宜的口号, 自己编写了《高等数学》教科书, 但是实际上仔细一看, 这些教科书和国内主流的几套“双一流”学校教师编写的教科书无论从内容还是模式方面都是“一个模子里套出来的”, 并没有针对本校、本学院、本学科的专业特色编写适应本校、本学科、本专业特点的教科书, 基本上也就是分为理工类、财经类、农医学类、社科类等几大类型; 实际上不管选用这些教科书中哪一个版本, 基本上只是内容和知识点的删减和增加而已, 并没有将数学知识和本专业学科知识结合在一起的迹象, 在非数学专业的学生学习与数学专业的高等数学这些“形似而神也似”的教材后对本专业的帮助作用并没有明显的区别。应该有依据不同应用学科的专业需求融入本学科、本专业的应用内容形成神似而形不同的高等数学教材才有利于不同专业学生专业学习需求。一方面到了如何将数学应用于本专业知识中, 另一方面也因为感性材料的帮助有利于学生培养学习数学的兴趣。[4]

2.2. 教材分类粗放而新理念落地难

有的学校粗略分为文科数学和理工科数学进行教学, 大多数学校按照本学科对数学的依赖程度按照理工类、财经类、社科类分为数学一、数学二、数学三或者数学A数学B、数学C, 主要学习微积分和微分方程。这些分类的不同模块之间的区别也就在于知识点的数量有点区别, 有些专业还需要再学习《线性代数》、《概率统计》这两门课, 俗称为三大数学基础课。学习过程中数学知识与所服务的学科专业之间的联系几乎没有涉及。当然这种状况可能也是由于研究生入学考试的数学考试题是这样分类的, 所以起到了“指挥棒”的作用。现在在各个学段倡导的STEM课程显然是能够打通学科壁垒将数学和其他学科相互耦合形成“有用的数学”的比較有效的方式, Fukawa-Connelly等人就认为在大学数学教学中融入各学科具体的实例是较为有效教学的教学。[5]不过, 虽然无论包括中国在内的大学还是中小学阶段的STEM教育研究风生水起, 如火如荼, 但是实际上落地生根、转化为数学教学实践中的STEM教学、相对成熟的STEM教材的却凤

毛麟角, 可以说极为罕见。大学生数学建模能力主要体现在利用数学知识解决其他学科、专业问题方面, 但是因为上述高等数学粗放的分类教学方式, 很难实现本科阶段所学的高等数学在相关应用学科学习中的实质性工具作用。现在有关大学数学教学的研究中多见大学数学分层教学必要性和方法研究, 但是鲜见分学科教学研究。

2.3. 学习者空有数学知识而不知如何用数学知识解决专业问题

数学的工具性在大多数大学生中难以体现出来。虽然学习微积分一年, 面对需要微积分解决的专业问题时却不知如何“下手”; 微积分的学习基本上只学习纯数学的求导和积分, 并不结合专业内容; 大多数《线性代数》教科书中特征根的学习基本上停留在纯数学层面的求齐次线性方程组及非齐次线性方程组的特征值、特征向量等, 学生学习过程中并不知道这些内容实际上在大多数工科专业甚至社会科学各专业中应用十分广泛, 不同专业对特征根的使用背景依托于各自的专业需要, 而通用的《线性代数》教科书却很少学习如何在本学科中使用特征值、特征向量解决本学科问题。本科阶段的《概率统计》教科书基本上是各学科通用的, 除了医学统计学等少数专业之外, 罕见有专业针对性的概率统计教科书。另一方面, 还存在学习者只知道数学知识大概的使用环境但是不知道该知识使用的约束条件的情况。例如, 很多人知道概率统计中的u-检验法和t-检验法都是用来判断样本多大程度上从总体中抽取的, 但是这两种判断方法的使用范围是有不同的约束条件的。线性代数中的多项式系数矩阵的旋转变化已经软件化, 但是使用软件的人因为数学背景知识薄弱, 并不清楚旋转变化得到的不同因素的特征值之间的协同变化关系, 一味地追求所有特征值达到自己的心理极致目标, 殊不知, 很多实际情况下是很难实现研究者的心理目标的, 大多数因素能达到目标就很好了。这种现象不仅仅存在于本科学生中, 即使在很多工科专业的硕士、博士生中也很常见。从部分期刊的学术论文中就可以看出作者并不清楚统计学中不同的检验法的适用范围。

2.4. 专业教师和数学教师之间存在现实误解

很多专业课教师在讲授本专业课程时会往往会碰到这样的情境: 学生不会使用高等数学知识解决专业问题, 甚至对使用高等数学知识解决专业问题的例题也不理解为何这样的数学公式会用在那样的专业环境下。因此专业教师不得不怀疑高等数学教师在教学中没有教给学生足够的数学知识。相反, 数学教师又有数学教师的困惑和难处, 因为数学教师并不知道专业教师在教学中会用到什么样的数学知识, 即使数学教师知道某个数学知识点在某个学科和专业中有用, 但是却不知道怎么用? 例如复变函数是信息类专业学生必须学习的内容, 大多数数学老师也知道复变函数的内容在处理信号稳定性方面有不可替代的作用, 但是具体的应用方式对大多数数学老师来讲是一头雾水。拓扑学老师知道拓扑变换在处理三维成像技术中应用广泛, 但是并不清楚这些数学内容如何应用于数字成像技术中。绝大多数数学老师认为自己并不是专业教师, 不需要

了解和掌握专业老师需要掌握的知识,而专业教师却认为数学老师应该比他们更会使用数学知识解决问题。笔者就经常碰到有工科专业的博士生咨询泰勒级数和马克劳林级数到底为何能表示函数?如何判断哪种情境下可以使用这些级数?这些问题对数学老师来讲是有挑战性的,因为大多数数学老师缺乏应用专业的数学的经验,即使是应用数学专业的老师也只是对自己研究的小范围专业领域的数学应用比较了解,并不是因为是应用数学专业的老师就能通晓各领域的数学应用。

3. 现有高等数学分学科教学的主要内容及应用范围

高等数学分学科进行教学并不是新鲜事物,在西方国家以及前苏联一直有分学科高等数学学习的传统,主要分为《工程数学》、《生物数学》、《化学数学》等,社会科学类专业学习的高等数学一般叫《文科数学》,主要学习微积分基础知识,下面简单介绍一下高等数学主要应用学科中的应用范围:

3.1. 《生物数学》的主要内容及应用范围

现代生物学研究已经从定性描述走向了定量的精确性学科,需要利用各种数学工具为生物学的研究建立数学模型,除了需要中小学数学的基本内容外,国外普遍采用的《生物数学》学习内容主要包括普通的纯数学内容如集合、函数(包括幂函数、指数函数对数函数、三角函数、极坐标)、极限、微积分、微分方程、多元函数、矩阵和向量、概率、复数等。中国大陆地区2002年后的中学新课程改革中学淡化了极坐标和参数方程、复数的三角形式、复变量的指数与对数运算以及二次方程等,大多数高等数学教材中又不专门学习这些内容,可是这些内容在高等数学中又是必须使用的基础内容,这就导致中学和大学数学内容断层现象,部分高校会采用适当补修这些内容的方法,但是总体上会导致这些内容比较薄弱的问题,对高等数学的学习效率有一定程度的负面影响。生物数学中还专门学习一种使用率较高的图解法,这种方法实际上就是数学中的数形结合法,主要是利用图标、直方图、算图和列线图等数形结合方法判断出问题的结论,一目了然,避免了冗长的数值计算,有时候在直角坐标系中进行,有时候需要在极坐标系中进行,临床医学研究和生物统计学研究中经常用到半对数图、双对数图、遗传学中常用的三角图、算图(或列线图)等,这些方法是针对性很强的方法,中国大陆使用的通用型高等数学教材中几乎不会学习这些方法。

生物数学中数学的主要使用范围包括细胞增长、酶动力学、生理系统中的示踪物表达、生物流体动力学、生物学中的扩散作用等。具体在细胞增长领域的应用包括指数增长和衰减、细胞的营养获取、微生物菌落的生长、细胞的连续培养、相互作用的种群:猎手-食饵系统、在细菌增长中的突变与回复等。酶动力学中的应用包括酶控反应的早期动性、变构酶、酶的合作性质、稳态酶的动力学、酶-底物-调节和激活剂系统等。生物系统的中示踪物领域

中数学应用包括分域系统的单分域系统和双分域系统示踪物跟踪、三分域链状系统、n分域系统中的示踪物跟踪等。生物学流体力学主要涉及血液在血管中的稳定流动状态、微生物的游泳等,需要用到粘滞流体的运动方程、Poiseuille定律等。生物学中的扩散作用规律的应用包括用正态分布规律、一维单位源的扩散方程解、沉降速度法、沉降方程、Lamm方程的近似解、扩散常数的使用、Fick原理和定律解决动物的嗅觉信息传递、膜运输、通过平板的传输、对流传输等。[6]这些内容现在一般都是由学科专业教师讲授的,而学科教师因为数学知识的单一和薄弱而无法深入对这些应用的扩展。

3.2. 《化学数学》中的主要内容

参考英国D. M西尔斯特所著的《化学数学》可以看到,化学学科需要的数学除了常规的理工科专业需要学习的一元函数微分学、积分学、多元函数偏微分和常微分方程的基本解法等基础知识外,还需要用到《线性代数》中的行列式、矩阵,还要学习球坐标、极坐标,偏微分方程中的波动方程、薛定谔方程等。数值算法中非线性方程解的牛顿法的学习用来解决诸如富烯的休克尔分子轨道理论中出现的三次方程,牛顿-柯台斯公式的梯形法则和辛普生法在不同使用环境可获得更为精确的运算结果,同时还需要学习能使得运算精确程度更高的高斯求积法,常微分方程还需要学习泰勒级数解,运算更为精确的改进的欧拉法:龙格-库塔法;预测修正法是比较龙格-库塔法能获取更加精确的估计值的方法,其中通常使用艾德蒙斯-贝斯福(Adams-Bashforth)预测公式、艾德蒙斯-貌尔顿(Admas-Moulton)修正公式,这些修正公式只需要迭代两、三次就可以得到比较精确的实验结果数据;使用哈密方法能使得函数计算数量减少到最少。上述这些数学公式在化学专业中的应用比较广泛,并不难,但是需要专门学习才能在专业学习中得心应手地使用。约当法化简矩阵时并不完全严格遵守数学专业的矩阵化简方法,需要根据方程组的特点灵活使用某一行中模最大的元素去除每一行还是用某一行元素的和去除每一行;紧凑法在矩阵解决化学问题中也有广泛应用。化学学科特点决定了统计知识的学习必不可少,除了均值、方差、中值、均方差、正态分布等基本的统计知识外,最小二乘法、曲线拟合法、显著性检验(包括U-检验法、t-检验法、卡方检验法)必不可少。[7]国内大多数高校的高等数学中对最小二乘法和曲线拟合的学习恰恰是要求最少的。现代化学数学甚至需要学习群论的应用,当然本科阶段主要是局限于群论的基本性质的应用。

3.3. 一般性理工科专业中应用数学的主要内容

理工科领域的应用范围相当广泛,几乎涵盖所有理工科专业,数学的工具性可能最早是体现在理工科领域的应用的,也是体现数学的应用性最广泛的领域。Chas. M. Cooper列举了数学在工程领域各方面的应用。[8]其中最典型的应用领域就是物理,牛顿物理中从初等数学到大学数学的应用无处不在,力学(经典力学、流体力学)、电磁学、光学、近代物理等领域均有大量的数学应用,著名的

开普勒三定律、万有引力定律就是典型的数学在经典物理学中的应用。数学在物理学中的应用还体现在其对抽象的理论物理理论的解读，理论物理研究已经指出：物理世界中的两个领域存在着绝对的认知极限，一个领域是相对论，另一个领域是量子理论，这个结论如果借助于数学工具可以非常精确地表达和解读它们，而这些概念如果尝试用其他方法表达时却令人极度困惑。数学的应用性更多地体现在对现实生活、生产等社会实际需求问题的解决，例如临床医学领域使用广泛的CT技术就是拓扑变换中的拉东变换（Radon Transform）的现实应用。上世纪60年代初就被前苏联数学家提出的的支持向量机（Support Vector Machine, SVM）是机器学习中的一种监督学习模型，在二十世纪90年代后得到快速发展并衍生出一系列改进和扩展算法，在人像识别、文本分类、分析数据等模式识别（pattern recognition）问题中有得到广泛应用。[9]数学在理工科各学科领域的应用可以用“无处不在”来描述，本文无法一一列举。研究了工程教育中数学教学的有效教学方式。[10]

必须指出的是，数学在理工科领域的应用很多时候并不是立竿见影的，近代以来，数学体系似乎是在没有任何方向没有任何实用背景的状态下运行的，有时候数学知识出现几十年甚至上百年后才能在理工科领域中被应用，例如，当初人们发现矩阵和算子领域里某种形式的代数时，根本没有想到在几十年甚至百年后能在量子力学中得到应用，一般情况下，从一个数学发现到其应用之间会有一个30年到100年不等的时差，有的甚至更长。

3.4. 社会科学研究中的需要的主要数学内容

数学在社会科学研究中大量使用涉及社会科学研究的各个领域，人口统计学和经济学是社会科学研究中数学应用的典型例子。社会科学研究包含大量理论成果，如果能把这些理论用数学公式正确或近似地表达出来，对这些社会科学理论的分析和比较是有很大的帮助的，社会科学研究中还包括合理的决策程序，这些程序的合理性决定了决策的效率高低，大量合理的决策用量化的数学模型来表达，英国A水平数学中的《决策数学》是典型的中等数学和少量微积分内容在管理科学中的应用的比较系统的数学应用于管理的数学教材。高等数学在社会科学研究中使用的数学知识广泛而杂糅，使用比较普遍的最小二乘法、回归模型，仅仅回归的方法就包括回归假设、虚拟变量回归、多元回归的交互作用、回归诊断、分位数回归模型、空间回归模型、应用logistic回归分析、定序因变量的logistic回归模型等等，模型之多，不胜枚举；还有因子分析、聚类分析模型，非递归因果模型，用统计学中的复杂数据分析、重复数据分析，以及多元时间序列模型、潜变量增长曲线模型、模糊集合理论模型、广义线性模型、微分方程模型等。可以根据矩阵的性质来处理各种结构的变化，例如马尔可夫转移矩阵用来预测社会阶层的变化趋势、不同年龄组群体的出生和生存状态、某个群体的某种特征变化趋势和最终的状态预测，矩阵性质还用于社会经济账户的计算、产业的投入和产出、教育的投入和产出、约束条件下极值方法可以用在确定条件下的单阶段决

策、多阶段决策、不确定条件下的决策等，还可以建构社会系统模型如教育系统模型、经济系统模型等，用于描述系统中某些变量变化引起的社会系统变化。数学在经济学中的应用应该是数学在社会科学研究中应用最广泛也是最有成就感的，数量经济学的形成就是明证。诺贝尔经济学奖获得者大多数是用数学模型来解决经济学问题的。社会科学中应用数学已经有大量的数学软件来替代原本繁杂的人工计算，各种结构方程模型软件可以帮助社会科学研究者从相对模糊的概念集合中探索出比较清晰的隐藏概念、不明确的主题等，也可以验证部分已经选用但是不确定是否可靠的因素。[11]各种统计软件可以帮助研究者快速处理各种调查、实验数据，从中发现社会系统中的各种规律和并预测出未来相对科学合理的结果。社会科学领域的数学应用还在继续深入发展和扩张，相信今后还有更加丰富和科学的数学模型用于解决社会科学的问题。

4. 实现分学科大学数学教学面临的问题

4.1. 保守的教学环境缺乏主动拓展数学知识资源的动力和专业基础

无论是跨学科学习还是PBL学习（Project-based Learning，基于项目的学习）中都有一个共通的地方，就是合作和主动探究。合作和探究必然包括数学与其他学科师生的合作、数学知识和其他应用学科知识之间的合作，但是在包括数学教学在内的传统教学模式中，学习大多数情况下只是学生自己的事情。杜威曾说，传统教学使得学习成为一件自私的事情，学生只对自己和老师负责。当下高等数学教学就存在学生只对教育主管部门和学校、老师所要求的小范围纯数学内容和数学方法负责的情况，“管中窥豹”、“只知其表”，虽然学习几年数学，尚不知数学的工具性体现在哪里？这种结果首先是大多数数学老师本身“两耳不闻窗外事”，视野狭窄，只关注和重视自己的“一亩三分地”，对数学相关的应用数学不闻不问，与其他学科的老师“老死不相往来”，当然就把本来是其他学科的基本工具的数学教成了“孤独”的学科。形成这种状况的原因是多方面的，缺乏鼓励机制是一个方面，同时高等数学课程繁重的课业量也是导致数学教师“顾此失彼”的重要原因，能在有限的时间和精力范围内完成传统的、纯数学教学内容已经不易，难有更多时间和精力去钻研其他学科中的应用数学，而且作为数学老师，自己在大学和研究生阶段学习的数学本身也是基本局限于纯数学领域的知识，即使是应用数学的大多数老师其学习范围也是有限的某些学科领域的一部分很小主题，极少涉猎广泛的能给学生较大范围的开阔视野的应用数学指导，导致教师本身的跨学科数学知识基础薄弱，自己“半桶水”很难再给予学生“半桶水”。

4.2. 固有的社会性阻碍改革心理是《高等数学》分学科改革的重要障碍

中国教育体制特点决定了政府在教育改革中的重要位置和核心作用，教育改革往往是要么几乎没有改革，要么就是教育改革成为一种较大规模教育领域内的运动。

政府主导作用毋庸置疑,但是教师群体对教育改革的阻碍心理对教育改革质量的影响也不能忽视。教师群体对改革所持的保守与开放态度影响其对教育改革的总体态度与具体行为。传统的中国高等数学教学文化总体表现保守而少见追随社会变革需求而产生实质性大学数学课程改革,形成“一辈子教一本书”的局面,高校数学教师“社会心理阻碍因素”对高校高等数学改革绩效有很重要的负面影响,有研究者认为抵制教育改革阻力的一方面因素来自利益分配等方面,改革涉及到的各方害怕自身利益被剥夺,如果仅就高等数学改革而言,利益各方的阻碍确实客观存在,却忽略了利益考量背后来自更深层次的人性层面对新生事物的接受阻力。[12]教育改革的主体是包括教师、教材编写者、学生乃至学生家长在内的各类人群。化解教育改革的心理阻力需要将预期利益明朗化,选拔具有热心开放特征的改革者,厘清各方自身的改革体验特征,给予教育改革各方充分的表达机会,培养和提高其自我认知以及心理承受的能力。教育改革政策落地实施的主体力量是广大教师,再好的教育改革理念、改革方案如果没有教师的积极配合和实施,最终也只能大打折扣甚至“落空”。

4.3. 师资人力短缺是高等数学教学改革亟需解决的

数学教师专业能力不足,专业教师数学应用能力欠缺,教学工作期间增能不足。教师工作繁杂,在完成教学任务后再难有充裕的时间去做系统性的、持久的和坦诚的跨专业学习和培训。师资培养和培训属于长线工程,首先需要组建用于培养分学科数学教学师资的师资团队,这样的师资力量的组建本身就需要一定的周期,这里可以把此类教师称为全科型数学教师或者STEM(科学、技术、工程和数学)型数学教师,培养全科型数学教师需要在高考选拔时就需要专门选拔综合能力强、涉猎兴趣广泛、理工科基础扎实的高考考生作为全科型数学教师的选拔培养对象,培养过程中又需要配套的相应课程以适应此类教师培养需求,力求培养此类教师广泛的跨学科广博知识。同时全科型数学教师培养过程中不能闭门造车,要加大实践课时比例,规定一定量学习时间的到生产企业和应用型专业研发机构实习、实践。开阔此类教师的学科视野,提高他们未来对学生的培养效率。从上述培养过程可以看出全科型数学教师的培养成本肯定比现在的普通数学教师成本高。但是从培养人才的长远效益看,付出这样的成本很有价值。

4.4. 缺乏数学专业教师与相关应用专业教师之间跨学科共同备课和交流制度

知己知彼,方能百战不殆,要提高学生高等数学的专业应用能力,数学教师和专业教师之间的交流必不可少,国内的现状是数学教师和专业教师之间要么就没有沟通和交流,要么就虽有交流但是这交流显得谨慎而单薄和肤浅,难以形成实质性教学合作成果。部分学校实行的数学教师和专业教师之间的共同备课制度形同虚设,将一个出发点良好的愿望变成了形式化的程序。主要的原因还是老师没有充足的时间去钻研数学和应用学科之

间的关联方式或应用方法。现在中国大陆数学教师短缺是各高校面临的共同问题,大多数高校的大多数数学教师多年来都是超负荷工作,难以抽出专门的教师队伍去钻研应用型专业的数学应用背景内容,所以数学教师的高等数学教学活动设计单调,缺乏应用背景;同样地,专业课教师虽然在读书期间学习过部分数学知识,但是在作为教师教授专业课期间,一方面课程课时数量受限而难有专门的时间讲授数学的应用方法,另一方面大部分专业教师本身数学知识基础有限,也难以承担传授应用较为系统的数学知识和方法解决专业问题。同时专业教师的专业课程内容中涉及的数学知识缺乏连贯和统整性,也很难对学生的形成较好的学习效率;和数学教师一样,专业课教师承担的课程授课时间也有进度压力,难以抽出较多时间和精力获取外部资源,这还不包括很多学校和老师本来就外部资源欠缺。

5. 《高等数学》分学科重要途径和策略

5.1. 学科教学理论统摄下的课程范式需要变革

中国高等数学教学现状基础原因是各学科课程强调学科知识的系统性,也就是所谓学科课程思想;学科课程思想主张以学科为中心来编定课程内容,从不同门类的学科中选取某一课程知识,根据这些知识的逻辑体系,将所选出的这一课程专门知识组织为课程学习内容。中国的传统高等数学教学内容和教学模式就是这样的教育思想之下的产物,数学课程知识强调连贯系统,考虑整体性;但是缺乏与相关应用学科知识之间的统整,学生学习了相对抽象的纯数学知识,却不知如何去用它解决专业问题。18世纪末和19世纪初出现的,德国教育家赫尔巴特和英国教育家斯宾塞就提出实质教育思想,实质教育论认为,教学的主要任务在于传授给学生对生活有用的知识,至于学生的智力则无须进行特别的培养和训练,实质教育以联想主义心理学为基础,实质教育对当下高等数学学习有一定的启发作用。Zakaryan D.和 Ribeiro M.认为教师需要具备一定程度的应用型专业知识。[13]有用的数学的学习需要在跨专业教学实践活动中学习,这就需要高等数学教科书跨学科编写,教学设计需要多元活动;适当减轻高等数学授课进度压力,简化教师工作量,让数学老师有时间思考跨专业数学知识的教学;建立共同备课制度,在相互学习和借鉴中提高备课效率;完善观摩课制度,在包括数学专业教师在内的相关学科教师群体内开展有效的教学观摩,在相互学习中提高高等数学授课效率;同时也要建立相应的跨学科多元教学评价制度。

5.2. 厘清数学专业数学课和应用专业的公共数学课之间的真实差别

对照现在中国大陆地区应用型专业的高等数学课程和数学专业的专业数学课程会发现,作为公共课的高等数学基本上就是数学专业数学课程中去掉了逻辑推理和较为复杂的证明后的简化复制。例如微积分就是主要去掉了极限思想的八大定理的证明,线性代数基本上就是数学专业的《高等代数》主要去掉了各章节较为复杂的命题证明

的“压缩版”高等代数。《概率论与数理统计》在应用型专业中使用最广泛的是数理统计部分，但是一般的《概率论与数理统计》的知识结构按照概率知识在前，数理统计在后的方式安排的，大多数学校的教学任务安排主要课时都安排在概率论部分，在应用型专业中应用最广泛的统计学内容反而学的不够充分、不完整。《线性代数》也存在这样的问题，因为课时量所限，学生线性代数学习的主要精力安排在矩阵和向量的线性关系、解线性方程组部分，而应用最为广泛的特征值、特征向量、多项式系数的矩阵转换却安排了较少的课时量，尤其是基本没有这些数学知识应用背景问题训练。和数学专业的专业数学课差别很小，与应用数学应用背景相距甚远，模糊了数学专业的数学课和应用型专业的基础课的差别。

5.3. 教育主管部门的须发挥主导作用

前文已经提到，中国特色的教育体制下的教育改革过程中政府的作用至关重要，尤其高等数学改革是涉及到大规模的全国性课程和教学改革，缺失政府部门的引导和评价很容易造成长时间的无序讨论甚至纷争，难以在最短时间内总结出高效或者最优的课程体系和教学模式，因为这中间涉及很多课程和教学改革规章制度更新：听课制度不佳需要改革、教学质量评价系统需要更新、高等数学课纲共识需要逐渐达成。宣导高等数学分学科改革理念，活化高等数学教学组织文化，划拨经费增添教育改革硬件设施，组织数学教师申请高等数学改革专项课题等。在各层次在线平台推广较为成熟的分学科高等数学改革信息：大纲、教材、教学视频等。在有组织、有序、有保障、有监督的基础上推动高等数学分学科教学改革。

5.4. 多措并举培养分学科数学教师师资力量

解决前述数学教师专业能力不足和专业教师数学能力欠缺的主要途径是师资培养，师资来源无非两个渠道：通过人力资源渠道招聘和本校、本部门师资培力增能；虽然专业能力和数学能力均佳的教师数量不多，但是也不是没有，可以通过各种方式引进这种专业能力和数学能力均佳的“双能”教师。另一个渠道就是培养，教育主管部门引导和督促办学水平高的综合院校承担培养“双能”教师的任务，因为综合院校有比较雄厚的师资力量，比较容易组建数学能力和专业能力均佳的教师队伍，也能编写出较高水平的融入应用型专业知识的数学教材。各类院校数学类专业也有专门从事生物数学研究、化学数学研究、物理数学研究、工程数学研究的的应用数学教师，这些老师数量较少，但是是分学科高等数学教师团队培养的主要师资力量，师资培养的过程中同行互动与激励很重要，同时也需要吸收应用型专业学科的其他老师参与这个师资培养学习过程中，拓宽未来双能型师资的知识视野，提高数学教师的专业问题处理能力。

5.5. 在STEM视野中开展师资培养和在职教师培训

STEM教育思想深受赫尔巴特和斯宾塞等人的实质教育思想影响，实质教育坚决主张实科教育，竭力抨击古典

主义和经院主义，强调课程和教材的实用性。斯宾塞比赫尔巴特更直接地把自己的教育主张同发展工业的需要联系起来。实质教育思想是对立于形式教育的一种教育学说。理想的STEM教育是关注不同学科知识间的相互影响，但是不能忽视STEM中每一门学科的独立价值，一门学科知识的发现和发展受到其他学科知识的影响同时也影响其他的学科发展，一门学科的发展是建立在其他学科的原理和进步之上的。数学作为其他学科研究和开发产品的基本工具，需要在高等数学师资培养过程中适当融合工程、科学、技术等领域的知识和技能。可以预见，中国的工业化、信息化发展过程中少不了STEM教育思想下的应用数学的教学和传播。

需要强调的是，高等数学分科教学是针对数学所服务的理工科专业来分科，并不是数学知识的模块分割，恰恰相反，我们应该考虑在高等数学科学中建立一个包含数学各模块内容的广泛涵盖的高等数学专业，提供内容足够的，同时又能满足不同专业需求的灵活选择，以满足不同类型的学生的需求。[14]高等数学教学改革是高等教育改革之路中的一个重点课题，同时也是高等教育改革中的一个难点，除了内容改革外，教学方式改革也是很重要的维度，Cristina Jordán等人的研究认为信息和通信技术辅助的翻转教学的比较有效的高等数学有效教学方式。[15]同时，教学资源的完善和选择也很重要。[16]按照不同学科与专业进行差别化的高等数学教学改革是今后的必由之路，需通过研究和比较国内外对高等数学各种教学方式的研究成果，总结经验，不断动态地改革和完善高等数学分学科教学的内容和教学模式，提高学生应用数学解决问题的能力。

基金项目

教育部人文社会科学研究项目：应用型本科院校应用型理工科专业评价标准国际比较研究（17YJA880070）。

参考文献

- [1] Harel, G., Trgalová, J. (1996). Higher Mathematics Education. In: Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., Laborde, C. (eds) International Handbook of Mathematics Education. Kluwer International Handbooks of Education, vol 4. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1645-0_19
- [2] Adam, S. (2002). Towards a common framework for Mathematics degrees in Europe. Newsletter of the European Mathematical Society 4526-4528.
- [3] Kristen Lew, Timothy Patrick Fukawa-Connelly, Juan Pablo Mejía-Ramos, and Keith Weber. Lectures in Advanced Mathematics: Why Students Might Not Understand What the Mathematics Professor Is Trying to Convey, Journal for Research in Mathematics Education. Volume 47: Issue 2, Page(s): 162-198.

- [4] Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (4), 399-431.
- [5] Fukawa-Connelly, T. P., Newton, C. Analyzing the teaching of advanced mathematics courses via the enacted example space. *Educ Stud Math* 87, 323-349 (2014). <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9554-2>
- [6] 杨纪珂, 齐翔林等编译, 生物数学概论[M]. 科学出版社, 1982年9月第一版。
- [7] (英) D. M西尔斯特著, 化学数学[M]. 清华大学化学教研组译. 人民教育出版社, 1979年8月第一版。
- [8] Chas. M. Cooper. *Mathematics in Engineering Research. The Mathematics Teacher*, Vol. 45, No. 5 (May 1952), pp. 331-335, 339.
- [9] (美) 冯·诺伊曼著, 程钊, 王丽霞等编译. 数学在科学和社会中的作用[M]. 大连理工大学出版社, 2009年1月第一版。
- [10] Artigue, M.: 1994, 'Didactical Engineering as a Framework for the Conception of Teaching Products', in Bieller & al. (eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Academic Press, 27-39.
- [11] (英) 理查德·斯通著, 楼克明等译. 社会科学中的数学和其他论文[M]. 人首都经济贸易大学出版社, 2000年4月第一版。
- [12] 马健生. 教育改革阻力的利益性质思考[J]. 教育科学研究, 2002 (12): 年8月第一版: 2-5。
- [13] Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2018). Mathematics teachers' specialized knowledge: A secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, 21 (1). doi: 10.1080/14794802.2018.1525422.
- [14] Peter Hilton, David J. Benney et al. *The Role of Applications in the Undergraduate Mathematics Curriculum* (1979), National Academy of Sciences: 2.
- [15] Cristina Jordán, Ángel Alberto Magreñán, and Lara Orcos. Considerations about Flip Education in the Teaching of Advanced Mathematics, *Educ. Sci.* 2019, 9 (3), 227; <https://doi.org/10.3390/educsci9030227>
- [16] Gueudet, G. (2013). Digital resources and mathematics teachers' professional development at university. *CERME8* (pp. 2336-2345).

作者简介

王奋平, 1971-, 男, 教授, 博士, 主要从事数学教育及理工科教育国际比较。